operaciones y relaciones que por intermedio de reglas propias permite establecer el papel de tales relaciones y operaciones.

3.1.4. LOS SISTEMAS BÁSICOS, OPERACIONES Y RELACIONES

3.1.4.1. Sistema decimal[iv]

Es el más utilizado, cuenta con diez elementos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Las operaciones que en el se pueden dar son las aritméticas(suma, resta, multiplicación, división, potenciación, etc.) y lógicas(Unión - disyunción, Intersección - conjunción, negación, Diferencia, Complemento, etc.). Las relaciones entre los números del sistema decimal son mayor que, menor que, igual y a nivel lógico son pertenencia y contenencia.

Un número del sistema decimal tiene la siguiente representación:

$$(N)_{10} = a_n*10^n + a_{n-1}*10^{n-1} + a_{n-2}*10^{n-2} +... + a_0*10^0 + a_{-1}*10^{-1} +... + a_{-p}*10^{-p} \quad \text{Ecuación 1.}$$

Siendo:

N el número decimal,
a_i el número relativo que ocupa la posición i-esima
n número de dígitos de la parte entera (menos uno)
p número de dígitos de la parte fraccionaria.

Así pues el numero 234,21 en base diez que se escribe $(234,21)_{10}$ se representa:

$$(234,21)_{10} = 2*10^2 + 3*10^1 + 4*10^0 + 2*10^{-1} + 1*10^{-2}$$

con

$n = 2$; $p = 2$ $a_2 = 2$; $a_1 = 3$; $a_0 = 4$; $a_{-1} = 2$ y $a_{-2} = 1$

Otro ejemplo, puede ser:

Representar el número $(3456,872)_{10}$

$$(3456,872)_{10} = 3*10^3 + 4*10^2 + 5*10^1 + 6*10^0 + 8*10^{-1} + 7*10^{-2} + 2*10^{-3}$$

con

$n= 3$; $p = 3$; $a_3 = 3$; $a_2 = 4$; $a_1= 5$; $a_{-1} = 8$; $a_{-2} = 7$ y $a_{-3} = 2$

Las operaciones tanto aritméticas como lógicas son las que normalmente se han trabajado durante toda la vida escolar.

3.1.4.2. Sistema binario[v]

3.1.4.2.1. Definición. *El sistema de numeración Binario es el conjunto de elementos formado por el 0 y el 1, con operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación) y lógicas (OR, AND y NOT) y además sus propias relaciones que por intermedio de reglas propias permite establecer el papel de tales relaciones y operaciones entre sus dos elementos.*

3.1.4.2.2. Operaciones Aritméticas

3.1.4.2.2.1. ***Suma.*** Se realiza exactamente igual que en el sistema de numeración decimal teniendo en cuenta que si se excede la base se lleva en la siguiente cifra una unidad de orden superior. Veamos algunos ejemplos:

Ejemplos:

1. Sumar $(100101)_2$ con $(110010)_2$

$$\begin{array}{r} (100101)_2 \\ +\ (110010)_2 \\ \hline (1010111)_2 \end{array}$$

2. Resolver $(100111)_2 + (110010)_2$

$$\begin{array}{r} (100111)_2 \\ +\ (110010)_2 \\ \hline (1011001)_2 \end{array}$$

3. Resolver: $(1001,101)_2 + (0110,010)_2$

$$\begin{array}{r} (1001,101)_2 \\ +\ (0110,010)_2 \\ \hline (1111,111)_2 \end{array}$$

4. Resolver: $(1011,111)_2 + (0010,010)_2$

$$\begin{array}{r} (1011,111)_2 \\ +\ (0010,010)_2 \\ \hline (1110,001)_2 \end{array}$$

[v] Referencias conceptuales no textuales.

5. Resolver: $(1011{,}111)_2 + (1011{,}111)_2 + (0010{,}010)_2$

$$
\begin{array}{r}
\mathbf{(1011{,}111)_2} \\
\mathbf{(1011{,}111)_2} \\
+\ \mathbf{(0010{,}010)_2} \\
\text{----------------} \\
\mathbf{(11010{,}000)_2}
\end{array}
$$

6. Resolver: $(1011{,}111)_2 + (1011{,}111)_2 + (10010{,}000)_2 + (0010{,}010)_2$

$$
\begin{array}{r}
\mathbf{(01011{,}111)_2} \\
\mathbf{(01011{,}111)_2} \\
\mathbf{(10010{,}000)_2} \\
+\ \mathbf{(00010{,}010)_2} \\
\text{----------------} \\
\mathbf{(101100{,}000)_2}
\end{array}
$$

3.1.4.2.2.2. ***Resta.*** Se realiza exactamente igual que en el sistema de numeración decimal teniendo en cuenta que si se excede la base se lleva en la siguiente cifra una unidad de orden superior. Veamos algunos ejemplos:

Ejemplos

1. Resolver. $(111101)_2 - (110010)_2$

$$
\begin{array}{r}
\mathbf{(111101)_2} \\
-\ \mathbf{(110010)_2} \\
\text{----------------} \\
\mathbf{(001011)_2}
\end{array}
$$

2. Resolver: $(1011{,}111)_2 - (0010{,}010)_2$

$$
\begin{array}{r}
\mathbf{(1011{,}111)_2} \\
-\ \mathbf{(0010{,}010)_2} \\
\text{----------------} \\
\mathbf{(1001{,}101)_2}
\end{array}
$$

3. Resolver: $(1001{,}101)_2 - (0110{,}010)_2$

$$
\begin{array}{r}
(1001{,}101)_2 \\
-\ (0110{,}010)_2 \\
\hline
(0011{,}011)_2
\end{array}
$$

4. Resolver: $(110111)_2 - (110010)_2$

$$
\begin{array}{r}
(110111)_2 \\
-\ (110010)_2 \\
\hline
(000101)_2
\end{array}
$$

Para desarrollar apropiadamente la operación de resta se hace uso de la operación de complemento a uno o de complemento a dos. En el primer caso se denomina complemento a la base menos uno y en el segundo complemento a la base.

Complemento a uno: Sencillamente se hace el complemento dígito a dígito.

Ejemplos:

1. **$(110111)_2$** el complemento a uno será 001000
2. **$(110010)_2$** el complemento a uno será 001101
3. **$(000101)_2$** el complemento a uno será 111010

Complemento a dos: Se hace el complemento a uno y se le suma un uno al dígito menos significativo.

Este complemento solo se emplea en los números negativos. Para los números positivos el complemento a dos es el mismo número.

Ejemplos

1. **$(110111)_2$** el complemento a uno será 001000, ahora

   001000 + 1 = 001001

Luego el complemento a dos es 001001

2. **$(110010)_2$** el complemento a uno será 001101 ahora

001101 + 1 = 001110

Luego el complemento a dos es 001110

3. **$(000101)_2$** el complemento a uno será 111010, ahora

111010 + 1 = 111011

Luego el complemento a dos es 111011

Ahora sí se pueden realizar restas. Para resolver adecuadamente una operación de resta se debe tomar el sustraendo sacar complemento a dos y tal número resultante se suma con el minuendo. Es decir, se aplica la tesis: La resta es una suma pero con un número negativo. La forma de expresar un número negativo es sacándole el complemento a dos al número[vi][$$].

Ahora bien, si el número da con un acarreo este se desecha y el número se asume positivo. De lo contrario, es decir, sí da sin acarreo el número es negativo: Lo que se obtiene hasat aquí es la representación del número en complemento a dos, se debe por tanto sacar el complemento a dos y ese será el resultado pero negativo[1].

Ejemplos

1. **$(111101)_2$ - $(110010)_2$**

- Complemento a uno de **110010** es 001101
- Complemento a dos de 110010 es 001101 + 1, es decir, 001110
- La suma del minuendo con el complemento a dos del sustraendo será:

$(111101)_2$
+ $(001110)_2$

$(1001011)_2$

Acarreo

[$$] La referencia es conceptual no textual.
[1] No olvidar que la representación en complemento a dos de un número positivo es el mismo número, pero de un número negativo es el proceso mostrado en esta sección.

Como hay acarreo este se suprime y se asume que el resultado es positivo y es $(1011)_2$

2. **$(1011,111)_2$ - $(0010,010)_2$**

- Complemento a uno de **0010,010** es 1101,101
- Complemento a dos de 0010,010 es 1101,101 + 0,001, es decir, 1101,110
- La suma del minuendo con el complemento a dos del sustraendo será:

$$
\begin{array}{r}
(1011,111)_2 \\
+\ (1101,110)_2 \\
\hline
(11001,101)_2
\end{array}
$$

↑

Acarreo

Como hay acarreo este se suprime y se asume que el resultado es positivo y es $(1001,101)_2$

3. **$(110010)_2$ - $(111101)_2$**

- Complemento a uno de **111101** es 000010
- Complemento a dos de 111101 es 000010 + 1, es decir, 000011
- La suma del minuendo con el complemento a dos del sustraendo será:

$$
\begin{array}{r}
(110010)_2 \\
+\ (000011)_2 \\
\hline
(110101)_2
\end{array}
$$

Como no hay acarreo el número es negativo y debe sacarse el complemento a dos, pues está expresado como complemento a dos, para saber que número es 001010 +1 el resultado es:

$-(001011)_2$

4. **$(0010,010)_2$ - $(1011,111)_2$**

- Complemento a uno de **1011,111** es 0100,000
- Complemento a dos de 1011,111 es 0100,000 + 0,001, es decir, 0100,001
- La suma del minuendo con el complemento a dos del sustraendo será:

$$
\begin{array}{r}
(0010{,}010)_2 \\
+\ (0100{,}001)_2 \\
\text{----------------} \\
(0110{,}011)_2
\end{array}
$$

↑

Acarreo

Como no hay acarreo el número es negativo y debe buscarse su complemento a dos.
1001,100 + 0,001 = 1001,101

El resultado es $-(1001{,}101)_2$

3.1.4.2.2.3. Multiplicación. La operación de multiplicación es idéntica a la del sistema decimal teniendo en cuenta las sumas en binario.

Ejemplos:

1. Multiplicar: $(11)_2 * (10)_2$

$$
\begin{array}{r}
11 \\
\times\ 10 \\
\text{---------} \\
00 \\
11 \\
\text{--------} \\
110
\end{array}
$$

$(11)_2 * (10)_2 = (110)_2$

2. Multiplicar $(1001)*(100)_2$

$$
\begin{array}{r}
1\ 0\ 0\ 1 \\
\times\ 1\ 0\ 0 \\
\hline
(1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0)_2
\end{array}
$$

$(1001)*(100)_2 = (100100)_2$

3. Multiplicar $(11001{,}1)_2*(1{,}001)_2$

	1	1	0	0	1	,1		
	x				1	,0	0	1
			1	1	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1			
1	1	1	0	,0	1	0	1	1

$(11001{,}1)_2 * (1{,}001)_2 = \quad (1110{,}\ 01011)_2$

4. Multiplicar: $(110{,}0001)*(1001{,}10)_2$

					1	1	0	,0	0	0	1
				1	0	0	1	,1	0		
				1	1	0	0	0	0	1	0
			1	1	0	0	0	0	1		
1	1	0	0	0	0	1	0	0			
1	1	1	0	0	1	,1	0	0	1	1	0

$(110{,}0001)*(1001{,}10)_2 = (111001{,}\ 100110)_2$

5. Multiplicar $(110101)*(100100{,}1)_2$

					1	1	0	1	0	1	
					1	0	0	1	0	0	,1
						1	1	0	1	0	1
			1	1	0	1	0	1	0	0	
1	1	0	1	0	1	0	0				
1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	,1

$(110101)*(100100{,}1)_2 = (11110001110{,}1)_2$

6. Multiplicar: $(10101)*(110{,}1)_2$

			1	0	1	0	1	
					1	1	0	,1
				1	0	1	0	1
		1	0	1	0	1	0	
	1	0	1	0	1			
1	0	0	0	1	0	0	0	,1

$(10101)*(110{,}1)_2 = (10001000{,}1)_2$

7. Multiplicar $(0101{,}101)*(11{,}110)_2$

```
            1  0  1  ,1  0  1
                  1  1  ,1  1  0
         ------------------------
         1  0  1  1  0  1  0
      1  0  1  1  0  1
   1  0  1  1  0  1
1  0  1  1  0  1
---------------------------------
(1  0  1  0  1  ,0  0  0  1  1  0)2
```

$(0101{,}101)*(11{,}110)_2 = (10101{,}\ 000110)_2$

8. Multiplicar: $(1001{,}101)_2*(11101{,}101)_2$

```
                  1001,101
                x 11101,101
              ---------------------
                   1 0 0 1 1 0 1
                  0 0 0 0 0 0 0
                 1 0 0 1 1 0 1
                1 0 0 1 1 0 1
               0 0 0 0 0 0 0
              1 0 0 1 1 0 1
             1 0 0 1 1 0 1
            1 0 0 1 1 0 1
   ----------------------------------------
      (1 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0 1 0 0 1)
```

$(1001{,}101)_2 * (11101{,}101)_2 = (100011101{,}001001)_2$

3.1.4.2.2.4. División. Igual cosa que la multiplicación en este caso las restas deben hacerse como ya se dijo antes, teniendo en cuenta el complemento a dos para el minuendo, ya que es un número negativo. El procedimiento general es:

- Se toma el mismo número de cifras en el dividendo que las que tiene el divisor, si no cabe ninguna vez se toma una más.

- Se hace la resta o se establece cuanto falta, se baja la siguiente cifra y se sigue el procedimiento.
- Para restar se aplica el complemento a la base
- Los decimales se manejan como en la base diez.

Ejemplos:

1. Resolver: $(10000)/(100)_2$

1	0	0	
0	1	1	Complemento a 1
		1	
1	0	0	Complemento a 2

```
  1 0 0 0 0  |1 0 0
  1 0 0      -------
-------       1  0 0
1 0 0 0 0 0
-------
```

Como Hay acarreo el número es 0 y se baja la siguiente cifra hasta terminar, como son ceros el cociente lleva cero cada vez.

$(10000)/(100)_2 = (100)_2$

2. Resolver: $(10010) / (11)_2$

```
                            0 1 1    1 1
-------   -----------------------  -------  ----------------
1 0 0      0 0  Complemento a 1
    1        1
-------   -----------------------
1 0 1      0 1  Complemento a 2
```

```
  1 0 0 1 0 |1 1
  1 0 1      ------
-------      1 1 0
1 0 0 1 1
      0 1
    -------
    1 0 0 0
```

$(10010) / (11)_2 = (110)_2$

3. Resolver: $(10101)/(10)_2$

```
  1 0 1 0 1   |1 0
               --------
```

	0	
0	1	Complemento a 1
	1	
1	0	Complemento a 2

1 0 | 1 0 1 0 ,1

1 0 0 1 0

1 0

1 0 0 1 0

1 0

1 0 0

$(10101)/(10)_2 = (1010{,}1)_2$

4. Resolver: $(1001)/(100)_2$

0	1	1	Complemento a 1
		1	
1	0	0	Complemento a 2

1 0 0

1 0 0 1 | 1 0 0

1 0 0 | 1 0 ,0 1

1 0 0 0 1 0 0

1 0 0

1 0 0 0

$(1001)/(100)_2 = (10{,}01)_2$

3.1.4.2.3. Operaciones Lógicas

Las operaciones binarias lógicas básicas son OR, XOR, AND y NOT, de aquí surgen la NOR, la NAND, la XOR y la XNOR.

La OR responde a la unión entre conjuntos, La AND a la Intersección y la NOT al Complemento.

Su funcionamiento se explicará en el apartado correspondiente a álgebra de Boole. Pero su esencia ya fue bien desarrollada en el capítulo anterior. Las relaciones son la de pertenencia y contenencia.

3.1.4.2.4. Posicionamiento del sistema binario LSB Y MSB.

En el sistema de numeración binario, los bits también adquieren su valor según la posición que ocupan(esto es la base para la conversión a decimal).

En la figura número 37 se muestran el valor o peso de los primeros 7 lugares o posiciones binarios, así como el número binario 11010 y su equivalente en decimal, el bit del extremo de la derecha es el bit menos significativo o de menor peso (LSB) y el bit del extremo de la izquierdo es el bit más significativo o de mayor peso (MSB).

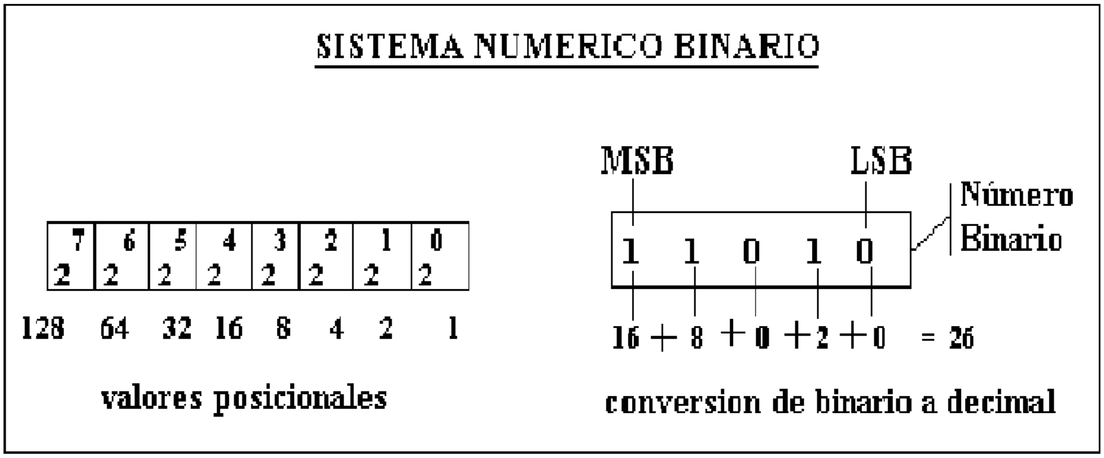

Figura No 37. Representación posicional de un número binario

3.1.4.3. Sistema octal

3.1.4.3.1. Definición: El sistema numérico octal o de base ocho es el sistema de numeracón que utiliza ocho ocho dígitos o símbolos (0-7), correspodiendo el mayor al número 7, es decir, uno menor que el valor de la base (8). Cuando se cuenta en este sistema, la secuencia es desde 0 hasta 7. Las operaciones aritméticas son las mismas de cualquier sistema numérico.

Ejemplo : 345,67201, 321, 1024 . el número 1840 no es octal porque incluye un digito (8) que es ilegal o invalido en este sistema de numeración.

Los numeros octales se denotan mediante el subindice 8 o la letra *o*.

Ejemplo : $(7)_8$, $(45)_8$, $(101)_o$, $(523)_o$, $(6170)_8$, ect. Todos son números octales.

3.1.4.3.2. Operaciones Aritméticas

Las operaciones aritméticas de este sistema se resuelven en idéntica forma a los sistemas vistos, sin rebasar la base, es decir, cada vez que se conformen grupos de ocho se salta al siguiente nivel significativo. A continuación se presentan ejemplos de cada caso.

3.1.4.3.2.1. Sumas:

Antes de empezar a desarrollar los ejemplos correspondientes se presenta en la figura 38 una tabla de suma octal básica para hacer las primeras sumas.

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11

3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Figura No 38. Tabla de suma para octales

Ejemplos:

1. Resolver: $(25731)_8 + (32147)_8$

$$\begin{array}{r} 25731 \\ +\ 32147 \\ \hline 60100 \end{array}$$

$(25731)_8+(32147)_8 = (60100)_8$

2. Resolver $(4327)_8 + (6714)_8$

$$\begin{array}{r} 4327 \\ +6714 \\ \hline 13243 \end{array}$$

$(4327)_8 + (6714)_8 = (13243)_8$

3. Resolver: $(243,4)_8+(444,32)_8$

$$\begin{array}{r} 243,4 \\ +444,32 \\ \hline 707,72 \end{array}$$

$(243,4)_8+(444,32)_8 = (707,72)_8$

4. Resolver: $(444,32)_8+(543,44)_8$

$$\begin{array}{r} 444,32 \\ +543,44 \\ \hline 1207,76 \end{array}$$

$(444,32)_8+(543,44)_8 = (1207,76)_8$

5. Resolver: $(32147)_8 + (243,4)_8$

$$
\begin{array}{r}
32147 \\
+\ 243,4 \\
\hline
32412,4_8
\end{array}
$$

$(32147)_8 + (243,4)_8 = (32412,4)_8$

6. Resolver: $(243,4)_8+(543,44)_8$

$$
\begin{array}{r}
243,4 \\
+543,44 \\
\hline
1007,04_8
\end{array}
$$

$(243,4)_8 +(543,44)_8 = (1007,04)_8$

3.1.4.3.2.2. Sustracción o resta

La técnica es la misma explicada en la resta binaria o base dos. Se consigue el complemento a la base, en este caso el complemento a ocho. Para hacerlo primero se consigue el complemento a la base menos uno, es decir, el complemento a siete. Este consiste en buscar digito a digito el complemento a siete(lo que le hace falta al número para llegar a siete. Al complemento a la base se le suma uno en su última unidad y se obtiene el complemento a ocho.

La resta se realiza sacando el complemento a ocho del sustraendo y sumando tal resultado al minuendo, los criterios para asumir el signo del número son los mismos que en la resta binaria. Si hay acarreo el número es positivo y se desecha tal carry; de lo contrario es negativo. Si se quiere saber el valor de tal número negativo se debe obtener el complemento a la base del número y ese será el resultado con signo negativo.

Ejemplos:

1. Resolver: $(32147)_8-(25731)_8$

Sustraendo	25731		32147
Complemento a siete	52046		52047
	1		104216_8
Complemento a ocho	52047		$=4216_8$

Carry

Como hay acarreo se suprime y el resultado es:

$(32147)_8-(25731)_8 = (4216)_8$

2. Resolver: $(4327)_8 - (6714)_8$

Sustraendo	6714	4327	5413	Resultado en comp. a 8
Complemento a 7	1063	1064	2364	Complemento a 7
	1	5413_8	1	Complemento a 8
Complemento a 8	1064		2365_8	Resultado negativo

No acarreo

No hay acarreo, luego el número es un complemento a la base de un número negativo, para hallar su valor se saca el complemento a la base

$(4327)_8 - (6714)_8 = -(1265)_8$

3. Resolver: $(444,32)_8 - (243,4)_8$

Sustraendo	243,4	444,32
Complemento a 7	534,3	534,3
	1	$1200,62_8$
Complemento a 8	534,4	$=200,62_8$

Carry

Como hay acarreo se suprime y el resultado es:

$(444,32)_8 - (243,4)_8 = (200,62)_8$

4. Resolver: $(479,75)_8 - (543,3)_8$

Sustraendo	543,3	479,75	736,45	Resultado en c a 8
Complemento a 7	234,4	234,5	41,32	Complemento a 7
	1	$736,45_8$	1	
Complemento a 8	234,5		$41,33_8$	Resultado negativo

No hay acarreo, luego el número es un complemento a la base de un número negativo, para hallar su valor se saca el complemento a la base

$(479,75)_8 - (543,3)_8 = -(41,33)_8$

5. Resolver: $(543,44)_8-(444,32)_8$

Sustraendo	444,32		543,44
Complemento a 7	333,45		333,46
	1		1077,12
Complemento a 8	333,46		$=77,12_8$

Carry

Como hay acarreo se suprime y el resultado es:

$(543,44)_8-(444,32)_8 = (77,12)_8$

6. Resolver: $(243,3)_8 - (444,32)_8$

Sustraendo	444,32	243,30	576,76	Resultado en comp. A 8
Complemento a 7	333,45	333,46	201,01	Complemento a 7
	1	$576,76_8$	1	
Complemento a 8	333,46		$201,02_8$	Resultado negativo

No hay acarreo, luego el número es un complemento a la base de un número negativo, para hallar su valor se saca el complemento a la base

$(243,3)_8 - (444,32)_8 = -(201,02)_8$

3.1.4.3.2.3. Multiplicación

Una tabla de multiplicación para principiantes en el sistema octal es la mostrada en la figura No 32

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Figura No 39.Tabla de multiplicación octal

Ejemplos:

1. Resolver: $(213)_8*(423)_8$

			2	1	3
		x	4	2	3
		1	6	4	1
	1	4	2	6	
1	0	5	4		
1	1	2	5	2	1_8

$(213)_8*(423)_8 = (112521)_8$

2. Resolver $(340,2)_8*(21,21)_8$

		3	4	0	,2	
			2	1	,2	1
			3	4	0	2
		7	0	0	4	
	3	4	0	2		
7	0	0	4			
7	4	3	7	,6	4	2

$(340,2)_8*(21,21)_8 =(7437, 642)_8$

3. Resolver: $(712,32)_8*(30,5)_8$

			7	1	2	,3	2
				3	0	,5	
		4	3	6	4	0	2
2	5	3	7	1	6	0	
2	6	0	3	0	,2	0	2

$(712,32)_8*(30,5)_8 = (26030,202)_8$

4. Resolver: $(210,41)_8*(140,33)_8$

				2	1	0	,4	1
				1	4	0	,3	3
				6	3	1	4	3
			6	3	1	4	3	
1	0	4	2	0	4	0		
2	1	0	4	1				
3	1	5	5	3,	0	5	7	3_8

$(210,41)_8*(140,33)_8 = (31553,0573)_8$

5. Resolver: $(331,311)_8*(440,401)_8$

					3	3	1	,3	1	1
					4	4	0	,4	0	1
					3	3	1	3	1	1
		1	5	4	5	4	4	4	0	
	1	5	4	5	4	4	4	0		
1	5	4	5	4	4	4				
1	7	3	7	7	,2	0	1	7	1	1_8

$(331,311)_8*(440,401)_8 = (17377, 201711)_8$

6. Resolver: $(1010,31)_8*(30,51)_8$

			1	0	1	0	,3	1
					3	0	,5	1
			1	0	1	0	3	1
		5	0	5	1	7	5	
3	0	3	1	1	3	0		
3	1	0	2	6	,6	0	0	1_8

$(1010,31)_8*(30,51)_8 = (31026, 6001)_8$

3.1.4.3.2.4. División

Se procede exactamente igual a al base dos.

- Se toma el mismo número de cifras en el dividendo que las que tiene el divisor, si no cabe ninguna vez se toma una más.
- Se establece cuanto falta para alcanzar el número y se baja la siguiente cifra, se repite la interacción, tanto como se requiera.
- Para restar se aplica el complemento a la base
- Los decimales se manejan como en la base diez.

Ejemplos:

1. Resolver $(4030)_8/(7)_8$

4 0 3 0	7	$(7)_8 x (4)_8 = (34)_8$	34	43	Sustraendo
4 4	4 5 0	$(7)_8 x (5)_8 = (43)_8$	43	34	Complemento a 7
1 0 4 3			1	1	
3 5			44	35	Resultado en c a 8
1 0 0 0					

$(4030)_8/(7)_8 = (450)_8$

Cada vez que se debe restar, tal operación se realiza sacando el complemento a la base del sustraendo.

2. Resolver $(40,3)_8/(7)_8$

4 0 3	7 0	$(70)_8 x (4)_8 = (340)_8$	340	430	Sustraendo
4 4 0	4, 5	$(70)_8 x (5)_8 = (430)_8$	437	347	Complemento a 7
1 0 4 3 0			1	1	
3 5 0			440	350	Resultado en c a 8
1 0 0 0					

Se agregan tantos ceros al divisor como lugares haya después de la coma en el dividendo, corriendo los lugares necesarios.

$(40,3)_8/(7)_8 = (4,5)_8$

3. Resolver $(403)_8/(0,7)_8$

4 0 3 0	7	$(7)_8 x (4)_8 = (34)_8$	34	43	Sustraendo
4 4	4 5 0	$(7)_8 x (5)_8 = (43)_8$	43	34	Complemento a 7
1 0 4 3			1	1	
3 5			44	35	Resultado en c a 8
1 0 0 0					

Se agregan tantos ceros al dividendo como lugares haya después de la coma en el divisor, corriendo los lugares necesarios.

$(403)_8/(0,7)_8 = (450)_8$

4. Resolver $(4,03)_8/(0,7)_8$

4 0 3 4 4 0 1 0 4 3 0 3 5 0 1 0 0 0	7 0 4, 5	$(70)_8 x(4)_8 = (340)_8$ $(70)_8 x(5)_8 = (430)_8$	340 430 437 347 1 1 440 350	Sustraendo Complemento a 7 Resultado en c a 8

Se corre la coma tanto en dividendo como en divisor los lugares necesarios, si sobran corrimientos se ponen ceros en el correspondiente, en este caso uno en el divisor.

$(4{,}03)_8/(0{,}7)_8 = (4{,}5)_8$

5. Resolver: $(23464)_8/(44)_8$

2 3 4 6 4 5 6 0 1 0 1 4 6 6 7 0 1 0 3 6 4 4 5 0 1 0 3 4 0 4 5 0 1 0 1 0 0 7 3 4 1 0 3 4 0 4 5 0 1 0 1 0	4 4 4 2 6, 6 1 6	$(44)_8 x(4)_8 = (220)_8$ $(44)_8 x(2)_8 = (110)_8$ $(44)_8 x(6)_8 = (330)_8$	220 110 557 667 1 1 560 670	330 044 447 733 1 1 450 734

$(23464)_8/(44)_8 = (426{,}616)_8$

3.1.4.3.3. Operaciones Lógicas

Las operaciones lógicas del sistema octal son las mismas del sistema decimal, es decir; las operaciones entre conjunto: La unión, la intersección, el complemento y la diferencia. Siendo las relaciones la pertenencia y la contenencia. Tales conceptos de la teoría de conjuntos se relacionan en forma indirecta en la sección de lógica digital.[2]

3.1.4.3.4. Carácter posicional del sistema LSB Y MSB.

[2] Se recomienda ver la página: http://www.sectormatematica.cl/apuntes.htm, Item titulado "Conjuntos numéricos"

El sistema octal también responde a las características de los sistemas posicionales, según su posición la cifra tendrá un valor. El de la derecha será el menos significativo(LSB) y el de la izquierda el más significativo.

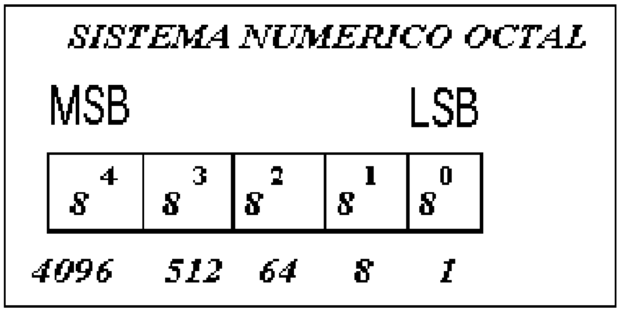

Figura No 40. Representación posicional del sistema octal

En la figura número 40 se muestran el valor o peso de los primeros 5 lugares o posiciones binarios, (según la ecuación No 1)

En la figura No 41 se presenta el valor de cada uno de los dígitos del número octal $(4203)_8$. Esta es la base para la conversión a base diez, usando la ecuación uno.

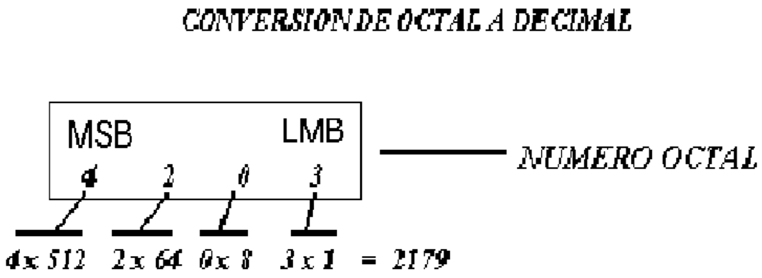

Figura No 41. Valor de cada dígito del octal$(4203)_8$

3.1.4.4. Sistema hexadecimal

3.1.4.4.1. Definición. El sistema de numeración hexadecimal es el conjunto de elementos formado por los números del 0 al 9 y las letras A, B, C, D, E y F, siendo este último el de mayor valor(representando el 15 decimal) y el de menor valor el 0, el conteo se hace en la secuencia de 0 a F. En el se desarrollan las operaciones aritméticas suma, resta, multiplicación y lógicas (Unión, intersección y complemento; y además, sus propias relaciones(pertenencia, contenencia, orden) que por intermedio de reglas propias permite establecer el papel de tales relaciones y operaciones entre sus dieciséis elementos.

Ejemplo: 123, A23F, 223FF y F4. Los números de este tipo se destacan mediante el subíndice 16 o una H.

Ejemplo: $(4)_{16}$, $(FAC)_{16,}$ $(1C2D)_{H,}$ $(6458)_{H,}$ etc. Son todos números decimales.

3.1.4.4.2. Operaciones Aritméticas.

Las operaciones aritméticas son las mismas de cualquier otro sistema. A continuación se relacionan ejemplos de sumas, restas, productos y divisiones en tal base.

3.1.4.4.2.1. Suma:

La tabla dela figura 42 contribuye a desarrollar tal operación.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

Figura No 42. Tabla de suma enel sistema numérico hexadecimal

Ejemplos:

1. Resolver: $(7AB,CD)_{16}+(AA,33)_{16}$

$$\begin{array}{r} 7AB,CD \\ AA,33 \\ \hline 8\,5\,6,00_{16} \end{array}$$

$(7AB,CD)_{16}+(AA,33)_{16} =(856)_{16}$

2. Resolver: $(4479F,A)_{16}+(A139,1)_{16}$

$$\begin{array}{r} 4479F,A \\ A139,1 \\ \hline 4E8D,B_{16} \end{array}$$

$(4479F,A)_{16}+(A139,1)_{16} = (4E8D,B)_{16}$

3. Resolver: $(ABCDE)_{16}+(1234A)_{16}$

$$\begin{array}{r} ABCDE \\ 1\ 2\ 3\ 4A \\ \hline B\ E0\ 28_{16} \end{array}$$

$(ABCDE)_{16}+(1234A)_{16} = (BE028)_{16}$

4. Resolver: $(A60F,C3D)_{16}+(B41A,B79)_{16}$

$$\begin{array}{r} A60F,C3D \\ B41A,B79 \\ \hline 15A2A,DB6_{16} \end{array}$$

$(A60F,C3D)_{16}+(B41A,B79)_{16} = (15A2A, DB6)_{16}$

5. Resolver: $(44D9,3)+(F1DA,5)_{16}$

$$\begin{array}{r} 4\ 4D9,3 \\ F1DA,5 \\ \hline 1365\ 3,8_{16} \end{array}$$

$(44D9,3)+(F1DA,5)_{16} = (13653,8)_{16}$

6. Resolver: $(EAA3,312)_{16}+(EFA,299)_{16}$

$$\begin{array}{r} EAA3,312 \\ EFA,299 \\ \hline F99D,5AB_{16} \end{array}$$

$(EAA3,312)_{16}+(EFA,299)_{16} = (F99D, 5AB)_{16}$

3.1.4.4.2.2. Sustracción

Se realiza con el mismo criterio de los sistemas anteriores. La resta es una suma de los complementos a la base del minuendo y el sustraendo. Donde este último es un número negativo.

Para obtener el complemento a la base o complemento a 16, se obtiene primero el complemento a 15 y se suma al último dígito un 1.

Cuando hay acarreo el número es positivo, cuando no, el número es negativo y se le debe encontrara su valor estableciendo el complemento a dos.

Ejemplos:

1. Resolver $(ABCDE)_{16}$-$(1234\ A)_{16}$

Sustraendo	1234 A	ABCDE
Complemento a 15	EDCB5	EDCB6
	1	199 9 94_{16}
Complemento a 16	EDCB6	$=99994_{16}$

Acarreo

Como hay acarreo se desecha y el resultado es positivo

$(ABCDE)_{16}$-$(1234\ A)_{16}$ = $(99994)_{16}$

2. Resolver: $(ACC,16)_{16}$-$(CEE,15)_{16}$

Sustraendo	CEE,15	ACC,16	$DDE,01_{16}$	Resultado en C a 16
Complemento a 15	31 1,EA	3 1 1,EB	2 21,FE	Complemento a 15
	1	$DDE,01_{16}$	1	
Complemento a 16	31 1,EB		$221,FF_{16}$	Resultado negativo

Como no hay acarreo se obtiene el número negativo sacando el complemento a la base(a 16)

$(ACC,16)_{16}$-$(CEE,15)_{16}$ = $(221, FF)_{16}$

3. Resolver: (125,AB)-$(AC9,DE)_{16}$

Sustraendo	AC9,DE	125,AB	$65B,CD_{16}$	Resultado en C a 16
Complemento a 15	5 36,2 1	536,22	9A4,32	Complemento a 15
	1	$65B,CD_{16}$	1	
Complemento a 16	536, 2 2		$9A4,33_{16}$	Resultado negativo

Como no hay acarreo se obtiene el número negativo sacando el complemento a la base(a 16)

(125,AB)-$(AC9,DE)_{16}$ = $(9^a4, 33)_{16}$

4. Resolver: $(EAA3,312)_{16}$ - $(841A,B79)_{16}$

Sustraendo	841A,B79		EAA3,312
Complemento a 15	7BE5,486		$7BE5,487_{16}$
	1		$16688,799_{16}$
Complemento a 16	$7BE5,487_{16}$		$=6688,799_{16}$

Acarreo

Hay acarreo se desecha y el resultado es positivo

$(EAA3,312)_{16}$ - $(841A,B79)_{16}$ = $(6688, 799)_{16}$

5. Resolver: $(F1DA,5)_{16}$ - $(4479,3)_{16}$

Sustraendo	4 479,3		F1DA,5
Complemento a 15	BB86,C		BB86,D
	1		1AD61,2
Complemento a 16	BB86,D		$=AD61,2_{16}$

Acarreo

Hay acarreo se desecha y el resultado es positivo

$(F1DA,5)_{16}$ - $(4479,3)_{16}$ = $(AD61,2)_{16}$

6. Resolver: $(3FA,299)_{16}$ - $(A60F,C3D)_{16}$

Sustraendo	A60F,C3D	3FA,2 99	5DEA,65C	Resultado en C a 16
Complemento a 15	59F0,3C2	59F0,3C3	A215 ,9A3	Complemento a 15
	1	$5DEA,65C_{16}$	1	
Complemento a 16	59F0,3C3		$A215,9A4_{16}$	Resultado negativo

No hay acarreo se obtiene el número negativo sacando el complemento a la base(a 16)

$(3FA,299)_{16}$ - $(A60F,C3D)_{16}$ = $(A215, 9A4)_{16}$

3.1.4.4.2.3. Producto o multiplicación

Una tabal de multiplicación en base hexadecimal es la que se presenta a continuación en la figura No 43. Con ella se puede apoyar el lector para realizar los ejemplos planteados.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E

3	0	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	0	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	0	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

Figura No 43. Tabla de multiplicación hexadecimal

Ejemplos:

1. Resolver: $(B60A)_{16}*(CEF)_{16}$

			B	6	0	A
				C	E	F
		A	A	A	9	6
	9	F	4	8	C	
8	8	8	7	8		
9	3	2	6	B	5	6_{16}

$(B60A)_{16}*(CEF)_{16} = (9326b56)_{16}$

2. Resolver: $(321)_{16}*(10F)_{16}$

		3	2	1
		1	0	F
	2	D	E	F
3	2	1	0	
3	4	E	E	F_{16}

$(321)_{16}*(10F)_{16} = (34EEF)_{16}$

3. Resolver: $(27,E)_{16}*(E,81)_{16}$

	2	7	,E	
		E	,8	1
		2	7	E
1	3	F	0	

2	2	E	4		
2	4	2	,5	7	E_{16}

$(27,E)_{16}*(E,81)_{16} = (242, 57)_{16}$

4. Resolver: $(52,6)_{16}*(1A)_{16}$

	5	2	,6
	1	A	
3	3	7	C
5	2	6	
8	5	D	$,C_{16}$

$(52,6)_{16}*(1A)_{16} = (85D, C)_{16}$

5. Resolver: $(4D)_{16}*(42)_{16}$

		4	D
		4	2
		9	A
1	3	4	
1	3	D	A_{16}

$(4D)_{16}*(42)_{16} = (13DA)_{16}$

6. Resolver: $(7E8)_{16}*(2D)_{16}$

		7	E	8
			2	D
	6	6	C	8
	F	D	0	
1	6	3	C	8_{16}

$(7E8)_{16}*(2D)_{16} = (163C8)_{16}$

3.1.4.4.2.4. División

Ejemplos:

1. Resolver: $(27FCA)_{16}$ / $(3E)_{16}$

Una solución normal es:

Dividendo

2	7	F	C	A	3	E		Divisor
2	6	C			A	5	1	Cociente
	1	3	C					
	1	3	6					
			6	A				
			3	E				
			2	C				Residuo

Haciendo uso de la resta con complemento se obtiene el mismso resultado

2 7 F C A	3 E	$(3E)_{16}x(A)_{16} = (26C)_{16}$	26C	13 6	3E	2AA	Sustraendo
D9 4	A51, B	$(3E)_{16}x(5)_{16} = (136)_{16}$	D93	EC9	C1	D55	Complemento a 7
F 13 C		$(3E)_{16}x(B)_{16} = (2AA)_{16}$	1	1	1	1	
ECA			FD94	ECA	C2	D56	Resultado en c a 8
1 00 6 A							
C 2							
1 2 C0							
D 56							
1 0 16							

Se puede continuar con más decimales.

$(27FCA)_{16}$ / $(3E)_{16} = (A51, B)_{16}$

2. Resolver: $(27FC, A)_{16}$ / $(3E)_{16}$

2 7 F C A	3 E 0	$(3E0)_{16}x(A)_{16} = (26C0)_{16}$	26C0 13 60	3E0	2AA0	Sustraendo
D9 4 0	A5,1 B	$(3E0)_{16}x(5)_{16} = (1360)_{16}$	D93F EC9F	C1F	D55F	Complemento a 7
F 13 C A		$(3E0)_{16}x(B)_{16} = (2AA0)_{16}$	1 1	1	1	
ECA 0			FD940 ECA0	C20	D560	Resultado en c a 8
1 00 6 A0						
C 20						
1 2 C00						
D 560						
1 0 1 60						

$(27FC,A)_{16}$ / $(3E)_{16} = (A5, 1B)_{16}$

3. Resolver: $(27FCA)_{16}$ / $(3,E)_{16}$

2 7 F C A0	3 E	$(3E)_{16}x(A)_{16} = (26C)_{16}$	26C	13 6	3E	2AA	Sustraendo
D9 4	A51B,5	$(3E)_{16}x(5)_{16} = (136)_{16}$	D93	EC9	C1	D55	Complemento a 7
F13 C		$(3E)_{16}x(B)_{16}=$	1	1	1	1	

(2AA)$_{16}$

ECA

FD94 ECA C2 D56 Resultado en c a 8

1 00 6 A
C 2
1 2 C0
D 56
1 0 160
ECA
1 02A

$(27FCA)_{16}$ / $(3,E)_{16}$ = $(A51B, 5)_{16}$

3.1.4.4.3. Operaciones lógicas

Son las mismas del sistema octal y decimal con ifuales representaciones, y relaciones.

3.1.4.4.4. Carácter posicional del sistema

Igual que los sistemas numéricos anteriores el hexadecimal es de carácter posicional, es decir, según su posición la cifra tendrá un valor. El de la derecha será el menos significativo(LSB) y el de la izquierda el más significativo(MSB). En la figura se muestran cuatro cifras y su valor en decimal.

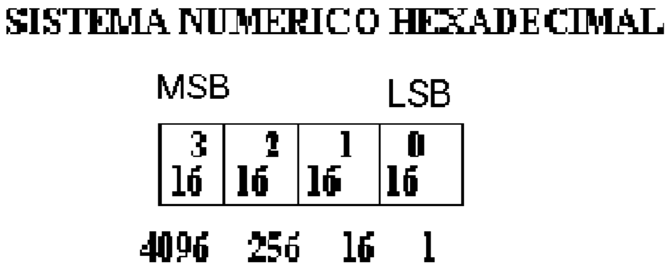

Figura No 44. Representación posicional del sistema hexadecimal

3.1.5. TALLER UNO

1. *Haga un cuadro sinóptico resumiendo los elementos fundamentales en la historia de los sistemas de numeración.*
2. *Con los siguientes números*
   g = $(1001,101)_2$
   h = $(11101,101)_2$
   i = $(10101,111)_2$
   j = $(1001)_2$
   k = $(111001,1101)_2$
   l = $(11001,11)_2$